

---

**Khôlle n° 4 – Math IV Analyse**  
**26 Mars 2007**

---

**Partie A**

**Exercice 1.** Calculer, si elles existent, les limites des fonctions suivantes pour  $(x, y) \rightarrow (0, 0)$  et  $(x, y)$  appartenant à l'ensemble de définition :

1.  $f(x, y) = \frac{\sqrt{|xy|}}{|x|+|y|}$ ,

2.  $f(x, y) = x^y$ .

**Exercice 2.** Calculer les dérivées partielles premières des fonctions suivantes:

1.  $f(x, y) = 3xy + e^y$ ,

2.  $f(x, y) = \ln(x^2y^2)$ .

**Exercice 3.** Etudier les extrema relatifs (locaux) des fonctions suivantes. Admettent-elles des extrema absolus (globaux) ?

1.  $f(x, y) = (3x + 4y)e^{-(x^2+y^2)}$ ,

2.  $f(x, y) = x^4 + y^4 - (x - y)^3$ .

**Partie B**

**Exercice 1.** Calculer, si elles existent, les limites des fonctions suivantes pour  $(x, y) \rightarrow (0, 0)$  et  $(x, y)$  appartenant à l'ensemble de définition :

1.  $f(x, y) = \frac{x^2y}{x^2+y^2}$ ,

2.  $f(x, y) = \frac{x^2}{y \ln(y-x^2)}$ .

**Exercice 2.** Calculer les dérivées partielles premières des fonctions suivantes:

1.  $f(x, y) = y \sin(2xy + 1)$ ,

2.  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + \cos y + 1}$ .

**Exercice 3.** Etudier les extrema relatifs (locaux) des fonctions suivantes. Admettent-elles des extrema absolus (globaux) ?

1.  $f(x, y) = xe^y + ye^x$ ,

2.  $f(x, y) = x^3 + y^3 + 3xy$ .

**Partie C**

**Exercice 1.** Calculer, si elles existent, les limites des fonctions suivantes pour  $(x, y) \rightarrow (0, 0)$  et  $(x, y)$  appartenant à l'ensemble de définition :

1.  $f(x, y) = \frac{x^{1/3}y^2}{x^2+y^2+|x-y|}$ ,

2.  $f(x, y) = \frac{\cos(xy)-1}{x^2+y^2}$ ,

**Exercice 2.** Calculer les dérivées partielles premières des fonctions suivantes:

1.  $f(x, y) = e^{\sin(2x)+xy}$ ,

2.  $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ .

**Exercice 3.** Etudier les extrema relatifs (locaux) des fonctions suivantes. Admettent-elles des extrema absolus (globaux) ?

1.  $f(x, y) = (x - y)^2 + (x + y)^3$ ,

2.  $f(x, y) = x^3 + 3xy - y^2 + y + 1$ .