

---

**Khôlle n° 5 – Math IV Analyse**  
**2 Avril 2007**

---

**Partie A**

**Exercice 1.** Calculer la divergence des champs de vecteurs suivants:

1.  $f(x, y) = (\frac{x}{y}, 2x - 3y)$ ,
2.  $f(x, y, z) = (e^x, \ln(xy), e^{xyz})$ .

**Exercice 2.** Calculer le rotationnel des champs de vecteurs suivants:

1.  $f(x, y, z) = (x, -y, +z)$ ,
2.  $f(x, y, z) = (\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}})$ .

**Exercice 3.** Soit  $\vec{a} \in \mathbf{R}^3$  un vecteur fixé et  $\vec{r} = (x, y, z)$ . Calculer  $\nabla ||\vec{a} - \vec{r}||^2$ .

**Exercice 4.** Soit  $\vec{a} \in \mathbf{R}^3$  un vecteur fixé et  $F : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  la fonction  $\vec{r} = (x, y, z) \mapsto \vec{a} \times \vec{r}$ . Calculer  $\text{rot } F$ .

**Partie B**

**Exercice 1.** Calculer la divergence des champs de vecteurs suivants:

1.  $f(x, y) = (y^3, xy)$ ,
2.  $f(x, y, z) = (x^2, 2z, -y)$ .

**Exercice 2.** Calculer le rotationnel des champs de vecteurs suivants:

1.  $f(x, y, z) = (y^3, xy, -z)$ ,
2.  $f(x, y, z) = (\frac{x-1}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2}}, \frac{y}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2}}, \frac{-z}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2}})$ .

**Exercice 3.** Soient  $f, g : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$  deux fonctions  $\mathcal{C}^1$ . Calculer  $\nabla(fg)$ .

**Exercice 4.** Soient  $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$  et  $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  deux fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ . Calculer  $\nabla(F \circ f)$ .

**Partie C**

**Exercice 1.** Calculer la divergence des champs de vecteurs suivants:

1.  $f(x, y) = (3x^2, -6xy)$ ,
2.  $f(x, y, z) = (4\frac{y}{x^2}, \sin(y), 3)$ .

**Exercice 2.** Calculer le rotationnel des champs de vecteurs suivants:

1.  $f(x, y, z) = (x^2, 2z, -y)$ ,
2.  $f(x, y, z) = (\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{-y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{-z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}})$ .

**Exercice 3.** Soit  $\vec{a} \in \mathbf{R}^3$  un vecteur fixé et  $\vec{r} = (x, y, z)$ . Calculer  $\nabla(\vec{a} \cdot \vec{r})$ .

**Exercice 4.** Soient  $F : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  et  $g : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$  deux fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ . Calculer  $\text{rot}(gF)$ .