
Khôlle n° 8 – Math IV Analyse
7 Mai 2007

Partie A

Exercice 1. Déterminer les extrema, s'ils existent, des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = ax^2 + by^2, \quad (a, b \in \mathbf{R}),$

2. $f(x, y) = \frac{x}{1+x^2+y^2}.$

Exercice 2. Calculer $\frac{\partial y}{\partial x}$ pour la fonction suivante:

$$e^x \sin y + e^y \sin x = 0.$$

Exercice 3. On considère l'application $f(x, y) = \cos y - x \sin y - x^3$. Soit ϕ la fonction qui exprime la deuxième coordonnée en fonction de la première au voisinage du point $(1, 0)$. Justifier l'existence de ϕ et calculer son développement limité à l'ordre 2 au voisinage du point 1.

Partie B

Exercice 1. Déterminer les extrema, s'ils existent, des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^{1/2}y^{1/3} - (x + 2y),$

2. $f(x, y) = \frac{xy}{(1+x^2)(1+y^2)}.$

Exercice 2. Calculer $\frac{\partial y}{\partial x}$ pour la fonction suivante:

$$ye^x + 2xy^3 = 0.$$

Exercice 3. On considère l'application $f(x, y) = xy - \sin y + 2x - y$. Soit ϕ la fonction qui exprime la deuxième coordonnée en fonction de la première au voisinage du point $(0, 0)$. Justifier l'existence de ϕ et calculer son développement limité à l'ordre 4 au voisinage du point 0.

Partie C

Exercice 1. Déterminer les extrema, s'ils existent, des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 - 3xy + y^2$,
2. $f(x, y) = x^2y^2 + x^2 + y^2 + 2axy$, ($a \geq 0$).

Exercice 2. Calculer $\frac{\partial y}{\partial x}$ pour la fonction suivante:

$$y^3 + xy - 4 = 0.$$

Exercice 3. On considère l'application $f(x, y) = 2e^{x+y-1} + \ln(x-y) - 2x + y^3$. Soit ϕ la fonction qui exprime la deuxième coordonnée en fonction de la première au voisinage du point $(1, 0)$. Justifier l'existence de ϕ et calculer son développement limité à l'ordre 3 au voisinage du point 1.