
Khôlle n° 9 – Math IV Analyse
14 Mai 2007

Partie A

Exercice 1. Calculer les intégrales curvilignes suivantes:

1. $I = \int_{\Gamma} y^2 dx + x^2 dy$, où Γ est la demi-ellipse supérieure ($y \geq 0$) d'équation $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$;
2. $I = \int_{\Gamma} y dx + x dy$, où Γ est l'arc de parabole $y = x^2$ parcourue de $O(0, 0)$ vers $A(2, 4)$.

Exercice 2. Soit $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; y \leq 2 - x^2, y \geq 2x - 1\}$. Calculer $\iint_D x - y \, dx dy$.

Exercice 3. Soit $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; xy \leq 16, 0 \leq y \leq x \leq 8\}$. Calculer $\iint_D x^2 \, dx dy$.

Partie B

Exercice 1. Calculer les intégrales curvilignes suivantes:

1. $I = \int_{\Gamma} xy^2 dy - yx^2 dx$, où Γ est le cercle d'équation $x^2 + y^2 - 2y = 0$;
2. $I = \int_{\Gamma} x^2 dx + y^2 dy$, où Γ est la demi-ellipse supérieure ($y \geq 0$) d'équation $x^2 + 4y^2 - 1 = 0$;

Exercice 2. Soit $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; |x| < 1, |y| < 1\}$. Calculer $\iint_D (x + y)e^{x+y} \, dx dy$

Exercice 3. Soit D le triangle de sommets $(0, 0)$, $(1, 1)$ et $(2, 0)$. Calculer $\iint_D (x + y) \, dx dy$

Partie C

Exercice 1. Calculer les intégrales curvilignes suivantes:

1. $I = \int_{\Gamma} (x^3 - y) dx + (x + y) dy$, où Γ est le cercle d'équation $x^2 + y^2 = 1$ parcouru dans le sens trigonométrique;
2. $I = \int_{\Gamma} \frac{x-y}{x^2+y^2} dx + \frac{x+y}{x^2+y^2} dy$, où Γ est le contour du carré $ABCD$ avec $A = (1, 1)$, $B = (-1, 1)$, $C = (-1, -1)$, $D = (1, -1)$.

Exercice 2. Soit $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; 0 < x < 1, 1 < y < 2\}$. Calculer $\iint_D xye^{-x-y} \, dx dy$

Exercice 3. Soit $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; 0 \leq 3y \leq x \leq 3\}$. Calculer $\iint_D e^{x^2} \, dx dy$